

Formelsammlung – Mathematik

Binome

$$(a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b) \cdot (a - b) = (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Potenzen

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = (a : b)^n$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{1}{b}} = \sqrt[b]{a}$$

$$a^{\frac{n}{m}} = (\sqrt[m]{a})^n = \sqrt[m]{a^n}$$

Logarithmus

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

$$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a}$$

$$\textcircled{1} \log_a (u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$$

$$\textcircled{2} \log_a (u : v) = \log_a u - \log_a v$$

$$\textcircled{3} \log_a u^w = w \cdot \log_a u$$

$$\textcircled{4} \log_a \sqrt[w]{u} = \log_a u^{\frac{1}{w}} = \frac{1}{w} \cdot \log_a u$$

Prozentrechnung

Prozentsatz p ; Grundwert G ; Prozentwert P

Aus $\frac{G}{100} = \frac{P}{p}$ ergibt sich:

$$P = G \cdot \frac{p}{100} \quad G = \frac{P \cdot 100}{p} \quad p = \frac{P \cdot 100}{G}$$

Zinsrechnung

Zinsen Z ; Kapital K ; Prozentsatz p ; Monate n ; Tage m

Jahreszinsen: $Z = \frac{K \cdot p}{100}$

Monatszinsen: $Z = \frac{K \cdot p \cdot n}{100 \cdot 12}$

Tageszinsen: $Z = \frac{K \cdot p \cdot m}{100 \cdot 360}$

Zinsezinsen: $K_n = K_o \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ $K_n = K_o \cdot q^n$

Quadratische Gleichungen

$$x^2 + px + q = 0 \rightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

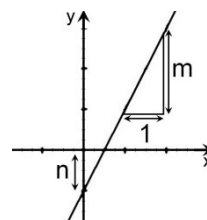
$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Funktionen

Lineare Funktionen:

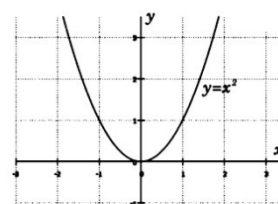
Steigung: m
y-Achsenabschnitt: n

$$f(x) = m \cdot x + n$$



Normalparabel

$$f(x) = x^2$$



Potenzfunktionen:

$$f(x) = a \cdot x^k \quad [k \in \mathbb{Z}; x \in \mathbb{R}; x \neq 0]$$

Exponentialfunktionen:

$$f(x) = a^x \quad [a; x \in \mathbb{R}; a > 0; a \neq 1]$$

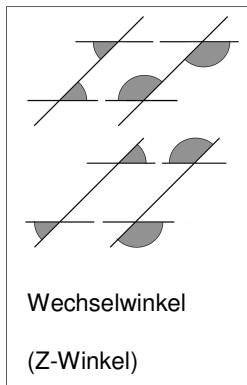
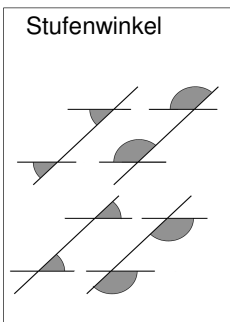
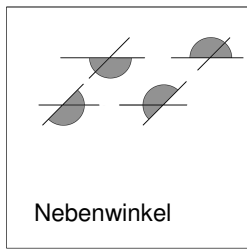
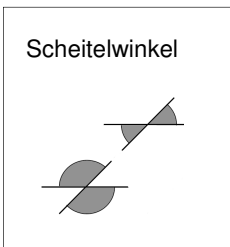
Logarithmusfunktionen:

$$f(x) = \log_a x \quad [a; x \in \mathbb{R}; a > 0; a \neq 1]$$

Geometrie

Winkeleigenschaften

Die jeweils markierten Winkel sind gleich groß:

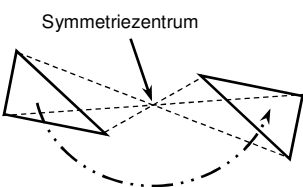


Symmetrien

Achsensymmetrie

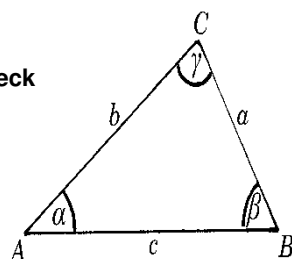


Punktsymmetrie



Das allgemeine Dreieck

Bezeichnungen:



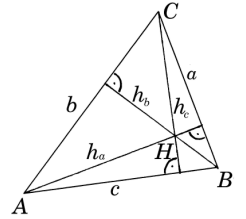
Winkelsumme: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

Flächenformel:

$$Fläche_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}$$

oder:

$$Fläche_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot \text{Seite} \cdot \text{Seite} \cdot \text{Sinus des eingeschlossenen Winkels}$$



Sinussatz: $\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$

Kosinussatz: $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$

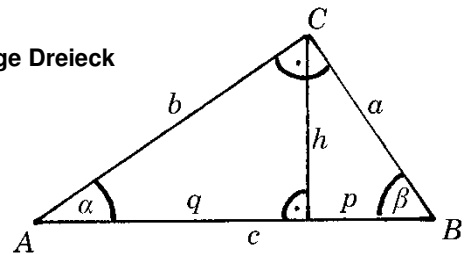
und entsprechend:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Das rechtwinklige Dreieck

Bezeichnungen:



Es gilt:

Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

Kathetensatz: $a^2 = c \cdot p$; $b^2 = c \cdot q$

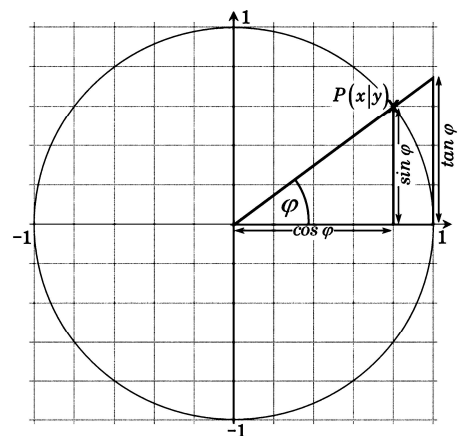
Höhensatz: $h^2 = p \cdot q$; $h = \frac{a \cdot b}{c}$

Winkelfunktionen:

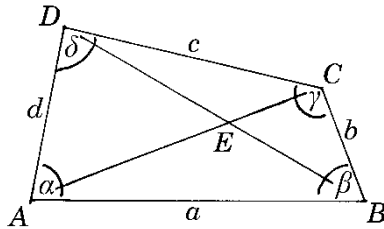
Für α : $\sin \alpha = \frac{a}{c}$; $\cos \alpha = \frac{b}{c}$; $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

Für β : $\sin \beta = \frac{b}{c}$; $\cos \beta = \frac{a}{c}$; $\tan \beta = \frac{b}{a}$

Darstellung am Einheitskreis:



Das Viereck:

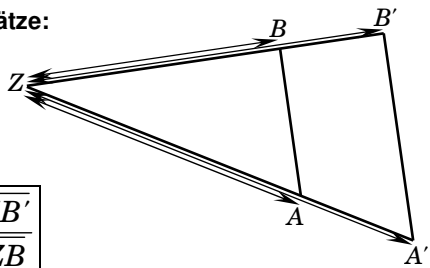


Winkelsumme : $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$

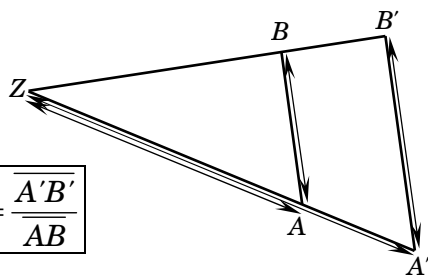
Der Kreis:

Umfang: $U_\circ = 2 \cdot \pi \cdot r$ Fläche: $A_\circ = \pi \cdot r^2$

Strahlensätze:



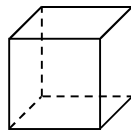
$$\frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZA}} = \frac{\overline{ZB'}}{\overline{ZB}}$$



$$\frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Räumliche Geometrie:

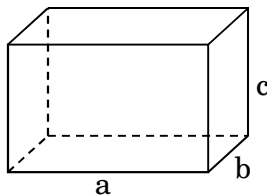
Würfel: (Kantenlänge a)



$$V_{\text{Würfel}} = a^3$$

$$O_{\text{Würfel}} = 6 \cdot \text{Seitenfläche} = 6 \cdot a^2$$

Quader:



$$V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c$$

$$O_{\text{Quader}} = 2 \cdot (ab + bc + ac)$$

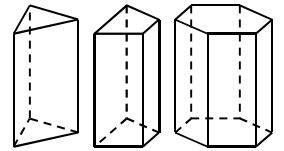
Prisma:

$V_P = \text{Grundfläche} \cdot \text{Körperhöhe}$

$$V_P = G \cdot h$$

$O_P = \text{Mantelfläche} + 2 \cdot \text{Grundfläche}$

$$O_P = M + 2 \cdot G$$

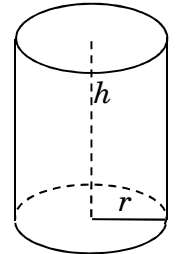


Zylinder:

Volumen: $V_{\text{Zyl}} = G \cdot h = \pi r^2 \cdot h$

Mantelfläche: $M_{\text{Zyl}} = 2\pi r \cdot h$

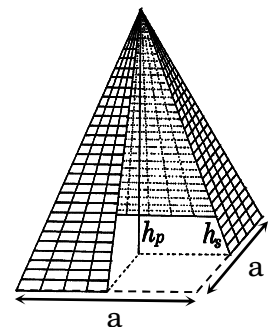
Oberfläche: $O_{\text{Zyl}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2$



Pyramide:

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_p$$

$$O_{\text{Pyramide}} = 2 \cdot a \cdot h_s + a^2$$

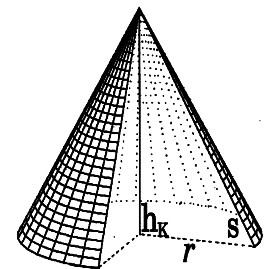


Kegel:

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h_K$$

$$M_{\text{Kegel}} = \pi \cdot r \cdot s$$

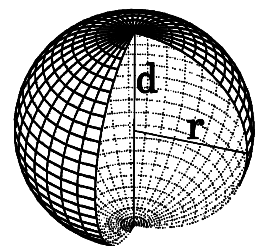
$$O_{\text{Kegel}} = \pi \cdot r (r + s)$$



Kugel:

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$O_{\text{Kugel}} = 4\pi r^2$$



Statistik

Mittelwert M:

$$\text{Mittelwert (M)} = \frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Anzahl der Werte}}$$

Wahrscheinlichkeit P:

$$\text{Wahrscheinlichkeit (P)} = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$