

Die Wachstumsformel

Wenn die Zinsen am Ende des Jahres nicht vom Konto abgehoben werden, ergibt sich somit ein neues Gesamtkapital. Die Zinsen werden also im nächsten Jahr mitverzinst. Man spricht dann von Zinseszinsen.

Beispiel: Sparguthaben 30000 €; Zinssatz 2%; 25 Jahre Anlagezeitraum

Wir betrachten nun die Entwicklung für die ersten Jahre. Die folgende Tabelle fasst die Berechnung der Endbeträge für das erste Jahr (K_1), das zweite Jahr (K_2), usw. zusammen.

Jahr n	Kapital K_n
0	$K_0 = 30000\text{€}$
1	$K_1 = \underbrace{30000\text{€}}_{K_0} + \underbrace{\frac{30000 \cdot 2}{100}}_{\text{Zinsen}} \text{€} = 30000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right) \text{€} =$ $K_1 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \quad (\text{Kapital } K_1 \text{ im ersten Jahr auf Grundlage von } K_0) (*)$
2	$K_2 = \underline{K_1} \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \quad (\text{Kapital } K_2 \text{ im zweiten Jahr auf Grundlage von } K_1)$ $K_2 = \underline{K_0}^{(*)} \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \quad (\text{Kapital } K_2 \text{ im zweiten Jahr auf Grundlage von } K_0) (**)$ $K_2 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$
3	$K_3 = \underline{K_2} \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \quad (\text{Kapital } K_3 \text{ im dritten Jahr auf Grundlage von } K_2)$ $K_3 = \underline{K_0}^{(**)} \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$ $K_3 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$
4	$K_4 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^4$
n	$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

$\left(1 + \frac{p}{100}\right) = q$ heißt Zinsfaktor oder Wachstumsfaktor

Im vorliegenden Fall gilt also:

$$K_{25} = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{25} = 30000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^{25} = 30000 \cdot (1,02)^{25} \Rightarrow K_{25} = 49218,18\text{€}$$

Wachstumsformel:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$